1.0 Dipolfeld

Das Potential und das Feld eines Dipols:

`missing picture`

Das Potential eines Punktes bezüglich einer Ladung des Dipols beträgt:

$$V = k_0 \frac{q}{r}$$

so daß das Potential eines Punktes bezüglich des gesamten Dipols gegeben ist durch:

$$V = k_0 q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = k_0 q \left(\frac{\sqrt{(x+l/2)^2 + y^2} - \sqrt{(x-l/2)^2 + y^2}}{\sqrt{(x-l/2)^2 + y^2}\sqrt{(x+l/2)^2 + y^2}} \right)$$

Da in größerer Entfernung $x - l/2 \approx x + l/2 \approx x$ gilt kann man die Gleichung für das Potential vereinfachen zu:

$$V \approx k_0 p \frac{x}{r^3} = k_0 p \frac{\cos\varphi}{r^2} \quad \mathrm{da} \cos\varphi = \frac{x}{r}$$

Aus der Gleichung für das Potential läßt sich durch Gradientenbildung das E-Feld gewinnen.

$$\vec{E} = -\nabla V \approx \frac{k_0 p}{r^3} \begin{pmatrix} 3\cos^2\varphi - 1 \\ 3\cos\varphi \sin\varphi \end{pmatrix}$$

Wie man sieht nimmt das E-Feld in jeder Richtung mit $1/r^3$ ab.

2.0 Relativistische Effekte

Ausgangspunkt der Relativitätstheorie ist die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, und die Idee, daß für alle Beobachter in verschiedenen Inertialsystemen die selben physikalischen Gesetze gelten, kein Inertialsystem ist gegenüber dem anderen ausgezeichnet (man kann also auch keine absolute Geschwindigkeit in Bezug auf irgend ein ausgezeichnetes System angeben). Aus dieser Idee kann man durch einen Vergleich von zwei Lichtuhren einmal in einem bewegten System, einmal in einem ruhenden System die Zeitdillatation herleiten:

$$t_0 = \frac{1}{\gamma} t \quad \gamma := \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \beta := \frac{v}{c} \qquad \text{Eigenzeit}$$

wobei t die Zeit ist, die ich in meinem System, auf meiner Uhr, zwischen zwei Ereignissen messe, die im bewegten System geschehen. t_0 ist die Zeit, die ein Beobachter mist, für den Beide Ereignisse am selben Ort stattfinden, also für einen mitbewegten Beobachter(, der auf dem Objekt sitzt).

Wichtig ist hierbei zu verstehen, daß diese Veränderung der Zeitdifferenz zwischen zwei Ereignissen betrachtet in zwei verschiedenen KS nicht eine Folge der Beobachtung (Messung) ist. Kein Signal breitet sich schneller als Lichtgeschwindigkeit aus, also dauert es eine Zeit bis vom Objekt, das sich bewegt und auf dem die zu messenden Ereignisse stattfinden, die Messdaten eintreffen (Lichtpuls, Strompuls). Diese Zeitdifferenz ist keine Ursache für die Zeitdillatation. Bei dem Gedankenexperiment, bei dem die Zeitdillatation hergeleitet wird, stehen alle Informationen, die in irgendeinem der Beiden Systeme vorliegen gleichzeitig ohne Zeitdifferenz vor.

Ist man mit seinem Gedankengang so weit gekommen, so kann man sich eine Koordinatentransformation überlegen, für die die gestellten Bedingungen gelten (Auf eine Raumrichtung beschränkt). Als Ergebnis:

$$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \frac{v\gamma}{c} \\ \frac{v\gamma}{c} & \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma \\ \beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix}$$

Zeit und Raum transformieren sich ineinander; oder Zeit ist einfach nur Raum, den wir anders wahrnehmen, der Proportionalitätsfaktor ist c (ebenso einen Faktor braucht man bei der Umrechnung von inch in cm). Genauso verhält es sich mit Energie und Impuls; Energie ist Impuls in Zeitrichtung, wieder mit einem Proportionalitätsfaktor mit den normalen drei Impulsrichtungen verknüft.

$$\begin{pmatrix} p'_x \\ E'/c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma \\ \beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_x \\ E/c \end{pmatrix}$$

Eine einfache Konsequenz aus den Transformationsgleichungen ist die Längenkontraktion, die eintritt, wenn man ein bewegtes Objekt beobachtet.

$$l' = \frac{1}{\gamma} l$$

dabei ist l die Ruhelänge und l' die Länge, die ich wahrnehme, wenn das Objekt z.B. auf mich zufliegt.

Interessant ist auch noch, wie sich relativistisch die Geschwindigkeiten addieren, also beim Übergang von einem ruhenden System zu einem bewegten System:

$$u' = \frac{u+v}{1+uv/c^2}$$

u, v sind parallel und weisen in dieselbe Richtung.

Um die Erhaltung der Energie und des Impules für jedes Inertialsystem zu garantieren mussen diese beiden Größen neu definiert werden:

$$p = m_0 \gamma v$$
$$E = m_0 \gamma c^2$$

Daß diese definitionen sinnvoll sind wird ersichtlich, wenn man die Ortstransformationsgleichungen nach der Eigenzeit des bewegten Objekts ableitet. Wenn man den so erhaltenen Satz von Transformationsgleichungen mit der Ruhemasse multipliziert identifiziert man $m_0 \quad \gamma v$ als Impuls. Die Identifikation der Energie ist nicht so leicht erkenntlich, und ist auf längere Überlegungen angewiesen.

Die Kraftdefinition ändert sich nicht: $F = \mathrm{d}\,p/\mathrm{d}\,t$.

Zum Abschluß noch eininge Transformationen im Überblick:

$$\begin{array}{ll} t_{\text{ich}} = \gamma t_0 & m_{\text{ich}} = \gamma m_0 \\ I_{\text{ich}} = \gamma I_0 & \\ l_{\text{ich}} = \frac{1}{\gamma} l_0 & F_{\perp\text{ ich}} = \frac{1}{\gamma} F_{\perp\ 0} \end{array}$$

Die Größen mit den untengestellten 0en sind die Größen, die von einem auf dem beobachteten Objekt mitbewegten Beobachter gemessen werden. Die größen links vom Gleichheitszeichen sind die Größen, die jeder relativ zum beobachteten Objekt nichtruhende Beobachter mißt.

Betrachtet man in seinem KS S ein Objekt, das sich bereits mit einer Geschwindigkeit v_{ab} in x-Richtung bewegt, und will man wissen, was mit den physikalischen Größen dieses Objekts passiert, wenn man in ein anderes KS S' wechselt, das sich relativ zu einem mit der Geschwindigkeit v_a in x-Richtung bewegt, so muß man zum γ-Faktor noch den Faktor $(1 - \beta_a \beta_{ab})$ dazunehmen.

Am besten verdeutlicht man sich das an einem Beispiel:

`missing picture`

Im ungestrichenen System hat der bewegte Ladungsträger die Längenladungsdichte λ. Will ich nun wissen, welche Längenladungsdichte dieser Ladungsträger im gestrichenen System hat, so würde ich, wenn er in meinem System ruhen würde sagen $\lambda' = \gamma_a \lambda_0$. Weil der Ladungsträger aber in meinem System schon die Geschwindigkeit v_{ab} hat gilt

$$\lambda' = \gamma_a (1 - \beta_a \beta_{ab}) \lambda$$

Man sieht, wenn $\beta_{ab} = 0$ ist geht die Gleichung in den obigen Zustand über, da dann der Ladungsträger relativ zu meinem System ruht und $\lambda = \lambda_0$. Ist dagegen $\beta_{ab} = \beta_a$, so ruht der Ladungsträger relativ zum gestrichenen System und es gilt:

$$\lambda_0 = \lambda' = \gamma_a (1 - \beta_a^2) \lambda = \frac{\gamma_a}{\gamma_a^2} \lambda = \frac{1}{\gamma_a} \lambda$$

Das ist genau das Ergebnis, das auch zu erwarten war.

Weiter oben hatte ich bereits darauf hingewiesen, das ein Unterschied zwischen der Zeitdillatation und der Zeit zwischen zwei Signalen, die in beiden Systemen gemesse wird besteht. Diese Überlegung führt zum Dopplereffekt für Lichtwellen. Es gilt nämlich:

$$\Delta t' = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\Delta t$$

Hier wird nicht zwischen Eigenzeit und einer Zeit unterschieden, die in einem relativ zu dem ruhenden System bewegten System vergeht, da diese Beziehung grundsätzlich gültig ist. Wenn beim Eintreten zweier Ereignisse in einem System jeweils ein Licht(artiges)signal zum anderen System gesendet wird, und wenn im sendenden System die Zeitdifferenz Δt gemessen wird, so mißt ein Beobachter im empfangenden System die Zeitdifferenz $\Delta t'$. Das sendende System bewegt sich in positive x-Richtung mit der Geschwindigkeit $c \cdot \beta$ (sich entfernende Quelle).

3.0 Magnetismus

Die spezielle Relativitätstheory verlangt zusätzlich zur Coulomb-Kraft noch die Existenz einer Kraft, die auf bewegte Ladungsträger wirkt.

`missing picture`

Im System, in dem der Stromdurchflossene Leiter ruht gilt $\lambda_- = -\lambda_+ \pm \lambda_{\text{diff}}$. D.h. die Ladungsdichte der positiven Atomkerne ist um einen Betrag λ_{diff} von der Ladungsdichte der Elektronen verschieden (λ_{diff} ist i.a. 0). Betrachtet man nun dieselbe Anordnung von einem Bewegten System aus, so ändern sich die positive und negative Ladungsdichte unterschiedlich, da sich die negativen Ladungsträger bereits in Bewegung befinden.

$$\begin{aligned} \lambda'_+ &= \frac{\mathrm{d}\,Q'}{\mathrm{d}\,l'} = \frac{\mathrm{d}\,Q}{1/\gamma \mathrm{d}\,l} = \gamma\lambda_+ \\ \lambda'_- &= \gamma_{v,d}\lambda_{-,0} \\ \lambda_- &= \gamma_d\lambda_{-,0} \\ \Rightarrow \quad \lambda'_- &= \frac{\gamma_{v,d}}{\gamma_d}\lambda_- \end{aligned}$$

Nebenrechnung:

$$\frac{\gamma_{v,d}}{\gamma_d} = \frac{\sqrt{1-\beta_d^2}}{\sqrt{1-\beta_{v,d}^2}}$$

mit

$$\beta_{v,d} = \frac{\beta_d + \beta_v}{1+\beta_d\beta_v}$$

ergibt sich:

$$\frac{\gamma_{v,d}}{\gamma_d} = \frac{(1+\beta_d\beta_v)\sqrt{1-\beta_d^2}}{\sqrt{(1-\beta_v^2)(1-\beta_d^2)}} = \frac{(1+\beta_d\beta_v)}{\sqrt{(1-\beta_v^2)}} = \gamma(1+\beta_d\beta_v)$$

$$\begin{aligned} \lambda'_+ &= \gamma\lambda_+ = -\gamma\lambda_- + \gamma\lambda_{\text{diff}} \\ \lambda'_- &= \gamma(1+\beta_d\beta_v)\lambda_- \\ \lambda' &= \lambda'_+ + \lambda'_- = \gamma\beta_d\beta_v\lambda_- + \gamma\lambda_{\text{diff}} \\ &= \gamma\frac{v}{c^2}(\lambda_- \cdot v_d) + \gamma\lambda_{\text{diff}} \\ &= \gamma\frac{v}{c^2}I_0 + \gamma\lambda_{\text{diff}} \\ \lambda' &= \frac{v}{c^2}I' + \gamma\lambda_{\text{diff}} \end{aligned}$$

4.0 Magnetismus stationärer Ströme

Der Magnetismus von Strömen kann vollständig auf die elektrische Feldtheorie und die Relativitätstheorie zurückgeführt werden. Dennoch ist es oft hilfreich den Magnetismus eigenständig zu betrachten. Zudem ist es ja so, daß das magnetische Feld eine physikalische Realität besitzt, die unabhängig vom Vorhandensein von Strömen ist.

Einige wichtige Grundgleichungen für das magnetische Feld lauten:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$
$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$
$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\mathrm{d}\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$
$$\oint B\mathrm{d}s = \mu_0 I \qquad \text{(Ampèrsches Gesetz)}$$

x.0 Dielektrikum

Bringt man einen Nichtleiter zweischen die Platten eines Plattenkondensators, so erhöht sich dessen Kapazität als Folge der Dipolmonente, der einzelnen Atome bzw. Moleküle.

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

Die dabei auftretende Konstante ε_r wird Dielektrizitätskonstante genannt und ist Materialspezifisch.

Die Änderung der Kapazität läßt sich folgendermaßen erklären. Legt man eine Spannung U an den Kondensator an, so muß man die Energie $qU = dqE$ aufbringen um eine Ladung von einer Platte zur anderen zu transportieren. Bringt man nun ein Dielektrikum ein, so bildet sich in folge der einzelnen Dipolmomente der Moleküle ein Gegenfeld, das vom Ausgangsfeld abhängig ist, und schwächt dieses. Da aber immer noch die gleiche Spannung am Kondensator liegt muß das, aus dem Feld des Plattenkondensators und dem Feld des Dielektrikums resultierende Feld immer noch E sein, das Gleiche wie ohne Materie im Kondensator. Da das Dielektrikumfeld dem Ausgangsfeld entgegengesetzt ist, muß das Feld des Plattenkondensators größer sein als ohne Materie. Es gilt $C = Q/U \Rightarrow U = Q/C$. Läßt man die Spannung am Kondensator gleich, und bringt Materie in den Kondensator, so gilt:

$$U = U' \Rightarrow \frac{Q}{C} = \frac{Q'}{C'} \Rightarrow \frac{Q}{C} = \frac{Q'}{\varepsilon_r C} \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{Q'}{Q}$$

mit $Q = Q' - q$ folgt:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{1 - \frac{q}{Q'}}$$

wobei q die dem dielektrischen Gegenfeld entsprechende Ladung ist.

Das gesamte Dipolmonent der Materie im Kondensator ist $P_{\text{total}} = qd$. Es gilt aber auch, daß das gesamte Dipolmonent die Summe der Einzeldipolmonente ist $P_{\text{total}} = N\bar{p}$. Führt man noch $\Re$ als Moleküldichte ein, so läßt sich folgende Beziehung gewinnen:

$$qd = N\bar{p}$$
$$qd = (\Re Ad)\bar{p}$$
$$q = \Re A\bar{p}$$

Damit gilt nun:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{1 - \Re A\bar{p}/q}$$

Und weil für die meisten Materialien $\bar{p}/q$ eine Konstante ist hängt ε_r nicht von der angelegten Spannung ab.

Nähert man ein Atom als homogen geladene Kugel an, so hängt das induzierte Dipolmonent in folgender weise vom angelegten externen Feld E_0 ab (Die folgende Bedingung bedeutet, das der Atomkern Kräftefrei ist. Das Äußere elektrische Feld kompensiert sich mit dem E-Feld der ausgelenkten Elektronenhülle):

$$E_0 - E_{\text{hom.Kugel}} = 0 \Rightarrow E_0 - k_0 \frac{e}{R^3} x = 0 \Rightarrow e\,x = \bar{p} = \frac{R^3}{k_0} E_0$$

Dies ist natürlich nur eine Näherung, da ein Atom nicht exakt eine homogen geladene Kugel ist, und weil sich die Dipolfelder der einzelnen Atome gegenseitig beeinflussen, und das Augangsfeld beeinflußt wird. Bei atomaren Gasen ist sie jedoch recht gut. Das externe elektrische Feld des Plattenkondensators ist $E = U/d = Q/(Cd) = (Q' - q)d/(\varepsilon_0 A\, d) = (Q' - q)/(\varepsilon_0 A)$. Das bedeutet für die einzelnen Dipolmomente:

$$\bar{p} = \frac{R^3}{k_0} E_0 = \frac{R^3}{k_0} \frac{(Q' - q)}{(\varepsilon_0 A)} = 4\pi R^3 \left(\frac{Q' - q}{A} \right)$$

Diesen Ausdruck setzt man in den vorher für ε_r gefundenen Ausdruck ein:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{1 - 4\pi\Re R^3(1 - q/Q')} = \frac{1}{1 - 4\pi\Re R^3(1/\varepsilon_r)} \Rightarrow$$
$$\varepsilon_r = 1 + 4\pi\Re R^3$$

Das Feld in einem Kondensator hängt von den Ladungen ab, die auf dessen Oberfläche sitzen. Durch das induzierte Dipolmoment im Dielektrikum treten auf den Oberflächen des Dielektrikums "virtuelle" Ladungen auf, die ein zur Ladung auf den Kondensatorplatten entgegengesetztes Vorzeichen haben, und somit einige dieser Ladungen "auslöschen". Die Ladungen, die übrig bleiben erzeugen das Feld. Es wird ein Vektor $\vec{D}$ definiert, dessen Betrag die Gesamtladung auf einer der Kondensatorplatten ist, und dessen Richtung mit dem E-Feld übereinstimmt, die elektrische Verschiebung. Es gilt

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\vec{E}$ ist der resultierende Feldvektor. Diese Beziehung kann aus der obigen Bestimmungsgleichung für ε_r hergeleitet werden:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{1 - \frac{q}{Q'}} \Rightarrow \frac{Q'}{A} = \varepsilon_r \frac{Q' - q}{A} \Rightarrow D = \varepsilon_r D_0$$

$$D = \varepsilon E$$

x.0 Felder im Überblick

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über einige wichtige Feldtypen.

E-Felderzeuger	Innenfeld	Außenfeld	B-Felderzeuger	Innenfeld	Außenfeld
Punktladung	–	$k_0 \frac{q\hat{r}}{r^2}$	Punktladung	–	$\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$
homogen geladene Kugel mit Radius R und Gesamtladung Q	$k_0 \frac{Q}{R^3} r\hat{r}$	$k_0 \frac{Q\hat{r}}{r^2}$		–	–
homogen geladener Stab mit Radius R und Längenladungsdichte λ	$\frac{2k_0\lambda}{R^2} r\hat{r}$	$\frac{2k_0\lambda}{r}\hat{r}$	Stab mit Radius R und Strom I	$\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R^2} r\hat{I} \times \hat{r}$	$\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r} \hat{I} \times \hat{r}$
einzelne dünne Platte mit Flächenladungsdichte σ; Feld auf jeder Seite	–	$\frac{\sigma}{2\varepsilon}\hat{n}$	einzelne dünne Platte mit Flächenstrom $\Im$; Feld auf jeder Seite	–	$\frac{\mu_0 \Im}{2} \hat{\Im} \times \hat{n}$
zwei dünne Platten mit Flächenladungsdichte σ	$\frac{\sigma}{\varepsilon}\hat{n}$	0	zwei dünne Platten mit Flächenstrom $\Im$	$\mu_0 \Im \hat{\Im} \times \hat{n}$	0
einzelne homogen geladene Platte mit der Raumladungsdichte ρ, x von der Mitte	$\frac{\rho x}{\varepsilon}\hat{n}$	$\frac{\rho d}{2\varepsilon}\hat{n} = \frac{\sigma}{2\varepsilon}\hat{n}$	einzelne homogen geladene Platte mit der Stromdichte j, x von der Mitte	$\mu_0 j x \hat{\jmath} \times \hat{n}$	$\frac{\mu_0 j d}{2} \hat{\jmath} \times \hat{n} = \frac{\mu_0 \Im}{2} \hat{\Im} \times \hat{n}$

$\hat{n}$ ist bei einer Fläche die Flächennormale, die von der Fläche wegweist.
Das Feld an der Oberfläche eines Leiters ist jeweils:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Auch wenn es so aussieht, als ob diese Beziehung bei einer dünnen Platte nicht richtig wäre, so muß man bedenken, daß bei einer dünnen Platte die Vorraussetzungen nicht ganz gegeben sind. Spricht man nämlich von einer Oberfläche, so heißt das, daß auch ein Innenraum des Leiters vorhanden ist. Sobald man die dünne Platte als Platte mit einer dicke betrachtet wird die E-Feld – Oberflächenladungs-Beziehung wieder richtig, da nun die hälfte der Ladungen auf der einen Seite sitzt, und die andere Hälfte auf der anderen Seite.

Betrachtet man den Fall einer Ladung vor einer leitenden Platte, so treten auf der Oberfläche der Metallplatte durch die elektrische Influenz Ladungen auf. Da die Platte nach einiger Zeit stromfrei ist bedeutet das, das auf ihr keine Potentialunterschiede mehr zu finden sind. Die Platte ist Äquipotentialfläche. Das resultierende E-Feld, aus Plattenladung und der einzelnen Ladung vor der Platte muß senkrecht die Platte verlassen, da sonst eine tangentiale Komponente vorhanden wäre, die für einen Stromfluß sorgt, was wir ausgeschlossen haben.

Infolge der auftretenden Ladungen auf der Plattenoberfläche übt die Platte eine Kraft auf die Ladung aus. Denkt man sich eine Spiegelladung auf der gegenüberliegenden Plattenseite mit entgegengesetztem Vorzeichen, so erfüllt diese Hilfskonstruktion genau die Bedingungen, die an die Platte gestellt wurden. Am Ort der Platte ist eine Äquipotentialfläche, und die Feldlinien weisen am Ort der Platte in Richtung Flächennormalen. D.h. das Feld der Platte allein, ohne daß es vom Feld der einzelnen Ladung überlagert wäre sieht genauso aus, wie das Feld der Spiegelladung ab der Platte. Da aber die Ladungsverteilung auf der Platte ein bezüglich der Platte spiegelsymmetirisches Feld erzeugt (es gibt keinen grund weshalb das Feld links von der Platte anders aussehen sollte wie rechts von der Platte) überlagern sich das Feld der Platte und der Ladung auf der der Ladung abgewanten Seite gerade so, daß der gesamte Halbraum feldfrei ist.

Das Gesamtfeld, und die Ladungsverteilung am Ort der Platte kann bestimmt werden zu:

$$
\begin{aligned}
E(\alpha) &= -2k_0 \frac{q}{r^2} \cos\alpha = -2k_0 q \frac{d}{r^3} \\
E(x) &= -2k_0 q \frac{d}{\left(x^2+d^2\right)^{3/2}} = -k_0 p \frac{1}{\left(x^2+d^2\right)^{3/2}} \\
\sigma(x) &= \varepsilon E(x) = -\frac{p}{4\pi} \frac{1}{\left(x^2+d^2\right)^{3/2}} && \text{(bei einer räumlichen Platte)} \\
&= -\frac{2p}{4\pi} \frac{1}{\left(x^2+d^2\right)^{3/2}} && \text{(bei einer Fläche)}
\end{aligned}
$$

p ist hierbei das Dipolmoment der Ladung und Spiegelladung.

`missing picture`

Denn man das E-Feld einer Ladungsverteilung kennt, so kann man ganz einfach das B-Feld dieser, mit konstanter Geschwindigkeit bewegten Ladungsverteilung, bestimmen, da gilt:

$$\vec{B} = \frac{\vec{v}}{c^2} \times \vec{E}$$

Hierbei wird teilweise das E-Feld als unverändert zum ruhenden Zustand angenommen, so daß diese Herleitung des B-Feldes manchmal nur für $v \ll c$ gilt. Bei anderen Herleitungen ist dies aber exact, da sich mit der Transformation der Ladungsverteilung auch der Strom transformiert, so daß kein Fehler gemacht wird.