

## Rechnung zur Wheatstonebrücke

Die Widerstände sind im Uhrzeigersinn von 1 bis 4 nummeriert und der Verbindungswiderstand erhält die Nummer 5. Der Ein- und Ausgang liegen zwischen Punkt 1 und 4 und zwischen 2 und 3.



Die Kirchhoffschen Gesetze ergeben zum einen an den Knoten:

$$I_1 - I_2 - I_5 = 0$$

$$I_4 + I_5 - I_3 = 0$$

und in den zwei Schleifen:

$$R_1 I_1 + R_5 I_5 - R_4 I_4 = 0$$

$$R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_5 I_5 = 0$$

Wählt man  $I_5$  als frei wählbaren Parameter, so erhält man die Gleichung:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ R_1 & 0 & 0 & -R_4 \\ 0 & R_2 & -R_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_5 \\ -I_5 \\ -R_5 I_5 \\ R_5 I_5 \end{pmatrix}$$

Als Lösung erhält man:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \frac{I_5}{N} \cdot \begin{pmatrix} R_2 R_4 & -R_3 R_4 & -R_3 & R_4 \\ R_1 R_3 & -R_3 R_4 & -R_3 & R_4 \\ R_1 R_2 & -R_2 R_4 & -R_2 & R_1 \\ R_1 R_2 & -R_1 R_3 & -R_2 & R_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -R_5 \\ R_5 \end{pmatrix}$$

mit  $N := R_2 R_4 - R_1 R_3$ .

Als Widerstand der Gesamtschaltung ergibt sich aus

$$R = \frac{U}{I} = \frac{R_1 I_1 + R_2 I_2}{I_1 + I_4}$$

$$R = \frac{R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2) + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4) R_5}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3 + R_5) + R_5 (R_2 + R_3)}$$